UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR
DEPARTAMENTO DE TERMODINÁMICA
MÉTODOS APROXIMADOS (TF1313)
Prof. Andrés Vidal

Nombre: Clave.
Carnet:

TERCER EXAMEN PARCIAL (30%)
25 de Marzo de 1996

1.- (10 pts.) El estudio de modelos matemáticos para predecir la dinámica de una población tiene su origen a principios de siglo. Un problema de este tipo concierne a dos especies que compiten por una misma fuente de alimento. Si el número de individuos de las especies en el tiempo está denotado por $x_1(t)$ y $x_2(t)$, calcule la población de cada especie cuando $t = 2$ si la población inicial de cada grupo es de 100 individuos. Resuelva el problema anterior con un esquema de cuarto orden y un delta de tiempo de 0.2.

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = x_1(t)\left[3 - 0.003x_1(t) - 0.004x_2(t)\right]$$

$$\frac{dx_2(t)}{dt} = x_2(t)\left[2 - 0.002x_1(t) - 0.001x_2(t)\right]$$

2.- (10 pts.) Resolver con el método de colocación y dos puntos de colocación ($n = 3$)

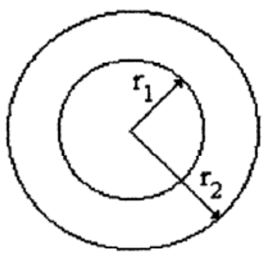
$$\frac{d^2U}{dx^2} = \frac{n(n-1)y}{(x-1)^2} \qquad y(0) = 1 \qquad y(1) = 0$$

3.- (10 pts.) La figura muestra un cilindro de radio interno r_1 y de radio externo r_2. Si por un lado el cilindro tiene una temperatura fija y por el otro lado está sometido a un flujo de calor por convección, determine el perfil de temperatura que hay en ese cilindro con el método de diferencias finitas y tres nodos internos. Por la simetría, la ecuación de conducción de calor se simplifica a:

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) = 0$$

$r = r_1 \qquad T = T_1$

$r = r_2 \qquad -k\frac{dT}{dr} = h(T - T_\infty)$



$T_1 = 100^\circ C \quad T_\infty = 50^\circ C \quad k = 0.40\frac{W}{mK} \quad h = 75\frac{W}{m^2K} \quad r_1 = 5cm \quad r_2 = 15cm$

UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR
DEPARTAMENTO DE TERMODINÁMICA
MÉTODOS APROXIMADOS (TF1313)
Prof. Andrés Vidal

Nombre:
Carnet:

TERCER EXAMEN PARCIAL (30%)
12 de Diciembre del 2001

1.- (10 pts.) Un problema clásico de Fenómenos II es el de una esfera de cobre, de radio r, que se enfría en un baño de agua. Ya que la temperatura, tanto de la esfera como del agua, cambian con el tiempo, el sistema de ecuaciones que describe el proceso térmico puede escribirse, suponiendo que el baño de agua está completamente aislado:

$$\frac{dT_e}{dt} = -\frac{h_c \cdot A_e}{\rho_e \cdot Cp_e \cdot V_e}(T_e - T_a)$$
$$\frac{dT_a}{dt} = \frac{h_c \cdot A_e}{\rho_a \cdot Cp_a \cdot V_a}(T_e - T_a)$$

con $A_e = 2\pi r^2$, $r = 1{,}75cm$ y $h_c = 50 W/m^2 \cdot K$. Si la esfera se encuentra inicialmente a 200°C y el baño de agua a 25°C, determine ambas temperaturas a los 20 segundos. Utilice un paso $\Delta t = 5seg$. Datos adicionales:

$\rho_e = 8933\ kg/m^3$; $Cp_e = 385\ J/kg{\cdot}K$; $V_e = \frac{4}{3}\pi r^3$

$\rho_a = 1000\ kg/m^3$; $Cp_e = 4280\ J/kg{\cdot}K$; $V_a = 0{,}001\ m^3$

2.- (10 pts.) Una simplificación al problema anterior es cuando la esfera se coloca en un baño de agua sumamente grande. Con esta condición, se puede suponer que la temperatura del agua es constante. El sistema de ecuaciones diferenciales se simplifica a:

$$\frac{dT_e}{dt} = -\frac{h \cdot A_e}{\rho_e \cdot Cp_e \cdot V_e}(T_e - T_a)$$

Supongamos que tenemos una esfera, de espesor metálico despreciable, rellena internamente de aire, con el mismo radio del problema anterior. Si el coeficiente convectivo es $h_c = 250 W/m^2 \cdot K$, determine la temperatura de la esfera al cabo de 1,5 segundos si inicialmente está a 200°C. Utilice un $\Delta t = 0{,}5seg$ y las siguientes propiedades del aire:

$\rho_e = 0{,}8711\ kg/m^3$; $Cp_e = 1014\ J/kg{\cdot}K$; $T_a = 25°C$

Sugerencia: *Si lo desea, en esta pregunta, para simplificar la solución, utilice un método de primer orden.*

3.- (10 pts.) Un cilindro macizo, de radio $R = 0{,}05m$, de conductividad térmica $k = 20\ W/m^2{\cdot}K$, de longitud infinita, genera calor a una tasa $\dot{q} = 1{,}5 \cdot 10^6\ W/m^3$. Si se desea obtener la distribución de temperatura del cilindro en estado estacionario, es necesario resolver la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) + \frac{\dot{q}}{k} = 0$$

Obtenga la distribución de temperatura con 5 nodos en total y las siguientes condiciones de borde:

$$r = 0 \quad ; \quad \frac{dT}{dr} = 0$$

$$r = R \quad ; \quad T = 25\,°C$$

UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR
DEPARTAMENTO DE TERMODINÁMICA
MÉTODOS APROXIMADOS (TF1313)
Prof. Andrés Vidal

Nombre:
Carnet:

TERCER EXAMEN PARCIAL (30%)
25 de Junio del 2003

1.- (10 pts.) Una esfera metálica, de diámetro $D = 3cm$ y densidad $\rho_E = 7500\,kg/m^3$ se deja caer en agua ($\rho_A = 1000\,kg/m^3$) desde el reposo ($v(0) = 0$). Tomando la aceleración de gravedad como $g = 9.8\,m/s^2$, el balance de fuerzas resulta en:

$$mg - F_D - E = m\frac{dv}{dt}$$

donde:

$$F_D = \frac{1}{2}C_D \cdot \rho_A \cdot v^2 \cdot A \quad ; \quad C_D = 0.4 \quad ; \quad A = \frac{\pi}{4}D^2$$

$$E = \rho_A \cdot V \cdot g \quad ; \quad V = \frac{\pi}{6}D^3 \quad ; \quad m = \rho_E \cdot V \cdot g$$

Utilizando un $\Delta t = 0.5seg$ y un esquema de 4° orden, determine la velocidad de la esfera a los 2 segundos.

2.- (10 pts.) Un perro ve a su amo caminar por la carretera y corre hacia él. El amo camina siempre en dirección recta (dirección y), mientras que el perro corre permanente hacia él. Realizando algunas suposiciones, la ecuación diferencial que describe la trayectoria del amo es:

$$xy'' = \frac{1}{2}\sqrt{1+(y')^2} \quad ; \quad y(1) = 0 \quad ; \quad y'(1) = 0 \quad ; \quad 0 \le x \le 1 \quad ; \quad y = y(x)$$

¿Qué distancia y ha recorrido el amo cuando lo alcanza el perro? (En otras palabras $y(0) = ?$)
Reportar la solución para la secuencia de x=1, 0.8, 0.6, 0.4, 0.2, 0.0001 usando un paso h negativo.
Aclaratoria: El amo está inicialmente en las coordenadas $(x,y)_A=(0,0)$ y el perro en $(x,y)_P=(1,0)$

3.- (10 pts.) Un fluido newtoniano está entre dos cilindros concéntricos, el interno de radio $R_1 = 1cm$ y el externo de radio $R_2 = 3cm$. Además, el cilindro interno gira en sentido antihorario a una velocidad angular $\omega_1 = 50\,rad/s$ mientras que el cilindro externo lo hace en sentido horario a una velocidad angular $\omega_2 = 100\,rad/s$. Con 3 nodos internos, determine el perfil de velocidades v_θ a partir de la ecuación de Navier-Stokes:

$$\frac{d}{dr}\left[\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(r v_\theta)\right] = 0$$

con las condiciones:

$$r = R_1 \quad ; \quad v_\theta = \omega_1 R_1$$
$$r = R_2 \quad ; \quad v_\theta = -\omega_2 R_2$$

UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR
DEPARTAMENTO DE TERMODINÁMICA
MÉTODOS APROXIMADOS (TF1313)
Prof. Andrés Vidal

Nombre:
Carnet:

TERCER EXAMEN PARCIAL (30%)
7 de Julio del 2004

1.- (15 pts.) Se desea estudiar el comportamiento de un reactor tipo FPIA (flujo en pistón adiabático) para la reacción de isomerización homogénea en fase líquida (A → B). Las ecuaciones que describen este proceso son las siguientes:

$$Q\frac{dC_A}{dV} = r_A(C_A, T)$$

$$Q\frac{dT}{dV} = \frac{[-r_A(C_A, T)][-\Delta H_R(T)]}{C_{A0}(c_{PA} + c_{PB})}$$

Con las condiciones iniciales: $V = 0 \quad : \quad C_A = C_{A0} \quad : \quad T = T_0$

Construya una tabla que muestre los perfiles de concentración y temperatura a lo largo del reactor, en incrementos de $\Delta V = 20$ con un método de 4° orden, para el rango $0 \le V \le 100$ con $Q = 10L/s$, $T_0 = 300K$, $C_{A0} = 10mol/L$, $c_{PA} = c_{PB} = 1cal/(mol \cdot K)$, $E_A = 10000cal/mol$, $R = 1.987cal/(mol \cdot K)$, $k_0 = 100000s^{-1}$ y:

$$-r_A(C_A, T) = k_0 \cdot \exp\left[-\frac{E_A}{RT}\right] \cdot C_A$$

$$-\Delta H_R(T) = 0.26T$$

2.- (15 pts.) Se tiene aceite fluyendo en una tubería circular de radio $R = 4cm$. La tubería está fija y su superficie se mantiene a $T = 20^\circ C$. Utilizando 5 nodos en total, determine la distribución de temperatura del agua en dirección vertical, es decir, resolviendo en este orden:

$$0 = \frac{\Delta p}{\mu L} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial v_z}{\partial r} \quad ; \quad r = 0 \quad \frac{\partial v_z}{\partial r} = 0 \quad ; \quad r = R \quad v_z = 0$$

$$0 = \frac{k}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \mu\left(\frac{\partial v_z}{\partial r}\right)^2 \quad ; \quad r = 0 \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad ; \quad r = R \quad T = 20$$

Datos adicionales: $\frac{\Delta p}{L} = 1000\frac{Pa}{m} \qquad \mu = 0.5Pa \cdot s \qquad k = 0.144\frac{W}{mK}$

UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR
DEPARTAMENTO DE TERMODINÁMICA
MÉTODOS APROXIMADOS (TF1313)
Prof. Andrés Vidal

Nombre:
Carnet:

TERCER EXAMEN PARCIAL (30%)
13 de Julio de 2005

1.- (15 pts.) Un carro deportivo de masa $m = 850kg$ circula por una autopista a una velocidad $v_0 = 14m/s$. En un instante determinado, cuando el carro tiene que vencer un viento en contra de $v_V = 7m/s$, el conductor acerela a fondo a la maxima potencia que puede suministrar el motor ($P_m = 500HP$). Con un Δt a lo sumo de 5 seg, determine la velocidad a la que irá el carro al minuto de iniciar la aceleración, donde la ecuación que describe este fenómeno se puede escribir como:

$$m\frac{dv}{dt} = \frac{P_m}{v} - \frac{1}{2}\rho C_D A_T (v + v_V)^2 \quad ; \quad v(0) = v_0$$

<u>*Datos adicionales:*</u> $\rho = 1.225\frac{kg}{m^3}$, $C_D = 0.3$, $A_T = 1.4m^2$, $1HP = 746W$

2.- (15 pts.) Se tiene agua fluyendo entre dos cilindros concéntricos, donde el cilindro interno tiene un radio $R_1 = 1cm$ y está a una temperatura de 40°C, mientras que el cilindro externo tiene un radio $R_2 = 2cm$ y se encuentra a 80°C. Además, el cilindro interno está quieto mientras que el cilindro externo gira a una velocidad anguiar $\omega = 100 rad/s$. Con 3 nodos internos, determine la distribución de temperatura en el agua, resolviendo (en este orden) la ecuación de movimiento y después la ecuación de energía:

$$\frac{d}{dr}\left[\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(rv_\theta)\right] = 0$$

$$\frac{k}{r}\frac{d}{dr}\left[r\frac{dT}{dr}\right] + \mu\left(\frac{dv_\theta}{dr} - \frac{v_\theta}{r}\right) = 0$$

con las condiciones:

$$r = R_1 \quad ; \quad v_\theta = 0 \quad ; \quad T = 40^\circ C$$
$$r = R_2 \quad ; \quad v_\theta = \omega R_2 \quad ; \quad T = 80^\circ C$$

<u>*Datos adicionales:*</u> $\mu = 4.53 \cdot 10^{-4} Pa \cdot s$, $k = 0.656\frac{W}{m \cdot K}$